

Exercice N°1

Répondre par vraie ou faux :

- 1) Si f est une symétrie glissante d'axe Δ et de vecteur \vec{u} alors $\Delta = \{ M \in P / f(M) = S_{\Delta}(M) \}$
- 2) Pour tout vecteur non nul \vec{u} et toute droite Δ , on a :

$$\vec{t}_{\vec{u}} \circ S_{\Delta} = S_{\Delta} \circ \vec{t}_{\vec{u}}$$
- 3) Si une isométrie fixe deux points distincts A et B alors elle laisse globalement invariante la droite (AB)
- 4) Si une isométrie f fixe trois points A, B et C deux à deux distincts alors $f = \text{id}_P$.
- 5) Pour tout nombre complexe z on a :

$$[z^4 = 81] \Leftrightarrow [z = 3 \text{ ou } z = -3]$$
- 6) Soit A(a), B(b) et C(c) trois points tels que :
 $b - a = i(c - a)$
 Les droites (AB) et (AC) sont parallèles.
- 7) Pour toute suite U on a l'équivalence :
 $[U \text{ est convergente }] \Leftrightarrow [U \text{ est bornée }]$
- 8) Soit f une fonction définie sur un intervalle $[a, b]$.
 si $\begin{cases} f \text{ est continue sur } [a, b] \\ (f(a) - 1)(f(b) - 1) < 0 \end{cases}$ alors il existe $\alpha \in]a, b[$ tel que $f(\alpha) = 1$.

Exercice N°2

I. 1/ Etudier les variations de la fonction g définie par

$$g(x) = e^x - x.$$

En déduire que $\forall x > 0 ; e^x > 1 + x$.

2/ Construire la courbe C de g dans un R.O.N.

3/ a) Calculer l'aire $A(\lambda)$ de $D = \{ M(x, y) \text{ tel que :}$

$$0 \leq x \leq \lambda \text{ et } 0 \leq y \leq g(x) \}; \lambda > 0.$$

b) Calculer $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$.

4/ Soit $a \in]0, 1[$; on pose $U_n = (1+a)(1+a^2)\dots(1+a^n)$; $n \in \mathbb{N}^*$

a) Montrer que la suite U est croissante.

b) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^* ; 0 < U_n < e^{a \frac{1-a^n}{1-a}}$

c) En déduire que U est convergente.

II. Soit φ la fonction définie par :

$$\begin{cases} \varphi(x) = \int_{1+x}^{e^x} \left(\frac{1}{\text{Log}t} \right) dt & \text{si } x > 0 \\ \varphi(0) = 0 \end{cases}$$

1/ Justifier l'existence de φ sur \mathbb{R}_+^*

2/ Montrer que $\forall x > 0 ;$

$$\frac{e^x - 1 - x}{x} \leq \varphi(x) \leq \frac{e^x - 1 - x}{\text{Log}(1+x)}$$

En déduire que φ est continue à droite en 0.

3/ Montrer que φ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* et calculer $\varphi'(x)$.

Exercice N°3

Soit dans le plan orienté un triangle ABC tel que

$$:AC=2AB \text{ et } (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi]. \Gamma_1 \text{ est le cercle}$$

passant par A et B et tangent à (AC) en A; Γ_2 est le

cercle passant par A et C et tangent à (AB) en A. Γ_1 et Γ_2 se coupent en A et O. $M \in [AB]$ $N \in [AC]$ et $AN=2BM$, I est le milieu du segment [MN].

1/ S est la similitude directe qui transforme B en A et A en C.

a) Déterminer le rapport et un angle de S.

b) Montrer que O est le centre de S. En déduire que $S(\Gamma_1) = \Gamma_2$.

2/a) Montrer que OAB est un triangle rectangle en B.

b) En déduire que OAC est un triangle rectangle en A.

3/a) Montrer que: $S(M) = N$

b) Déterminer l'ensemble des points I lorsque M décrit [AB].

Exercice N°4

Une entreprise en matériel informatique fabrique des disquettes 3,5 pouces. 4% des disquettes sont défectueuses.

A l'issue de cette fabrication les disquettes sont contrôlées et triées en trois lots :

Les disquettes marquées, celles-ci portent la marque de l'entreprise.

Les disquettes démarquées.

Les disquettes détruites.

Partie A

L'unité de contrôle rejette 3% des bonnes disquettes et 95% des disquettes défectueuses.

1) Quelle est la probabilité p_1 pour qu'une disquette soit défectueuse et acceptée ?

2) Quelle est la probabilité p_2 pour qu'une disquette soit bonne et refusée ?

3) Quelle est la probabilité p_3 pour qu'il y ait une erreur de contrôle ?

4) Montrer que la probabilité p_4 pour qu'une disquette soit acceptée est égale à 0,933.

Partie B

Le contrôle s'effectue par 5 tests successifs.

Une disquette reçoit la marque de l'entreprise si elle subit avec succès 5 contrôles successifs, elle est détruite si elle est refusée au moins deux fois et elle est démarquée si non.

1) Quelle est la probabilité p_5 pour qu'une disquette soit démarquée ?

2) Quelle est la probabilité p_6 pour qu'une disquette reçoive la marque de l'entreprise ?

3) Quelle est la probabilité p_7 pour qu'une disquette soit détruite ?